

T NH H C CH T L NG

Th y t nh h c nghi n c u các v n v ch t l ng tr ng thái cân b ng, t c l à không có s chuy n ng t ng i gi a các ph n t ch t l ng không có s xu t hi n c a ma sát nh t. Do ó nh ng k t lu n v ch t l ng lý t ng c ng úng cho ch t l ng th c.

1. Áp su t th y t nh

- Kh i ch t l ng W ang cân b ng.

- Gi s c t b ph n trên, ta ph i tác d ng vào m t c t ó b ng m t h l c t ng ng thì ph n d i m i cân b ng nh c .

- Trên ti t di n c t quanh i m 0 ta l y m t di n tích w , gọi P là l c c a ph n trên tác d ng lên w .

Ta có các khái ni m sau:

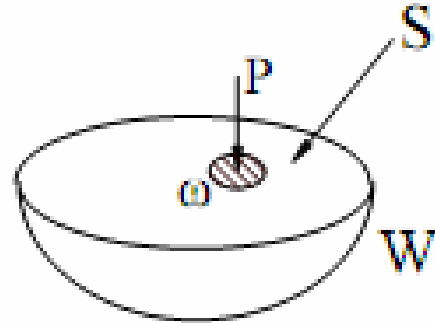
- P : là áp l c thu t nh (ho c t ng áp l c) tác d ng lên di n tích w (N, kN...).

- $P/w = p$: là áp su t th y t nh trung bình trên di n tích .

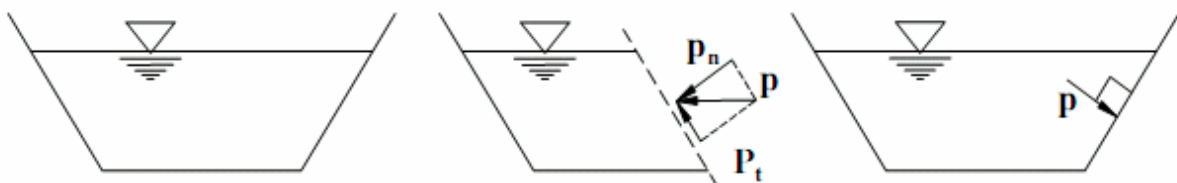
- $\lim_{w \rightarrow 0} \frac{P}{w}$: áp su t th y t nh t i l i m (hay còn g i là áp su t th y t nh).

Áp su t th y t nh có c i m:

Tác d ng theo ph ng pháp tuy n và h ng vào trong ch t l ng. Vì n u theo ph ng b t kì và có l c kéo ra phía ngoài thì s làm ch t l ng chuy n ng, trái v i i u ki n cân b ng t nh c a ch t l ng.



Hình 2.1. S bi u di n áp su t t nh

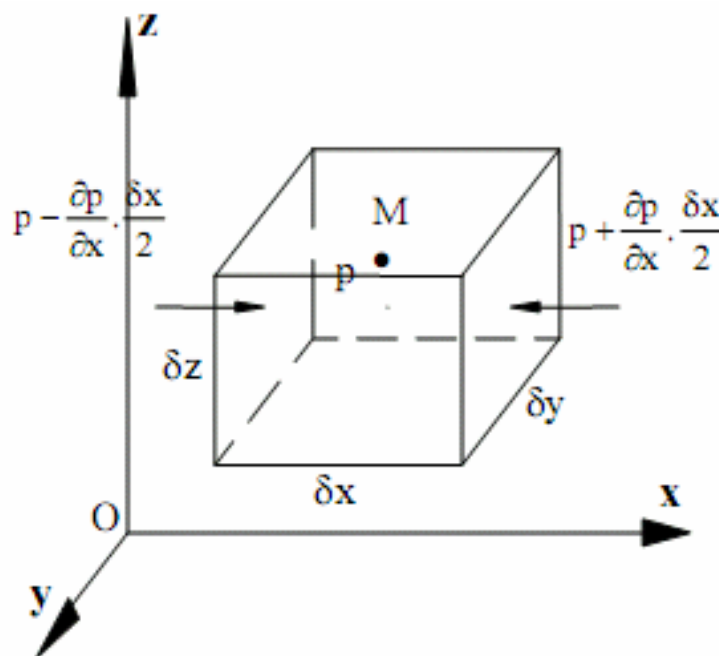


Tìm kiếm trong trường có giá trị bằng nhau theo mặt phẳng.

Là hàm scalar $P = (x, y, z)$ nên tính chất khác nhau trong trường thì có giá trị khác nhau.

Ngoài ra áp suất thủy tĩnh còn phụ thuộc vào những tính chất vật lý của chất lỏng như khối lượng riêng và gia tốc trọng trường.

2. Phương trình vi phân cân bằng của trường cân bằng.



Xét một khối hình lập phương vô cùng bé cân bằng có các cạnh x, y, z . Tâm $M(x, y, z)$ chịu tác động của áp suất $p(x, y, z)$.

Hình ảnh hình vẽ.

Điều kiện cân bằng: Tổng hình chiếu lên các trục tọa độ bằng 0 và lực tổng hợp tác động lên khối phải bằng 0.

Bằng khai triển Taylor, bỏ qua vi phân bậc cao, lấy sơ đẳng thành: Khi đó áp suất tại trung tâm mặt trái là:

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{\delta x}{2} \quad (2.1)$$

Áp suất tại trung tâm mặt phải là:

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{\delta x}{2} \quad (2.2)$$

Lực tổng hợp tác động lên mặt bên và khối lượng chất lỏng theo phương Ox là F_x

Theo điều kiện cân bằng ta có:

Xét theo phương x:

$$\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{\delta x}{2}\right) \delta y \delta z - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{\delta x}{2}\right) \delta y \delta z + \rho \cdot F_x \cdot \delta x \delta y \delta z = 0 \quad (2.3)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} \cdot 2 \cdot \frac{\delta x}{2} \cdot \delta y \delta z + \rho \cdot F_x \cdot \delta x \delta y \delta z = 0 \quad (2.4)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \cdot F_x = 0 \quad (2.5)$$

$$F_x - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

- Tương tự theo phương y và z ta có hệ sau:

$$\begin{cases} F_x - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ F_y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ F_z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Tổng hợp ba phương trình ta có:

$$(F_x dx + F_y dy + F_z dz) - \frac{1}{\rho} dp = 0 \quad (2.8)$$

Đây là hệ phương trình vi phân cấp bậc nhất có thể tích phân được hay hệ phương trình Euler.

Dạng vectơ của phương trình vi phân có thể viết như sau:

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p = 0 \quad (2.9)$$

Phương trình này biểu thị sự cân bằng của áp suất thủy tĩnh theo tọa độ: $p = p(x, y, z)$.

Khi lực tác động vào chất lỏng chỉ là trọng lực thì chất lỏng sẽ ở trạng thái cân bằng. Trong hệ trục tọa độ vuông góc mà trục Oz hướng theo phương thẳng đứng lên trên, thì trọng lực tác động lên mọi thể tích chất lỏng hướng thẳng xuống, ta có: $F_x = 0, F_y = 0, F_z = -g$.

Suy ra:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

$$-g - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \Rightarrow \partial p = -\rho \cdot g \cdot \partial z \quad (2.11)$$

Lấy tích phân hai vế, ta có phương trình cân bằng tĩnh chất lỏng như sau:

$$z + \frac{p}{\rho g} = \text{const} \quad (2.12)$$

Phương trình trên chính là phương trình cân bằng tĩnh chất lỏng. Nó cho phép xác định áp suất tĩnh trong khi chất lỏng tĩnh ở những vị trí khác nhau và chứng tỏ trong khi chất lỏng ở trạng thái tĩnh thì mọi điểm cùng nằm trên mặt phẳng nằm ngang đều có cùng một áp suất tĩnh, gọi là một đẳng áp.

✚ Tính chất của một đẳng áp

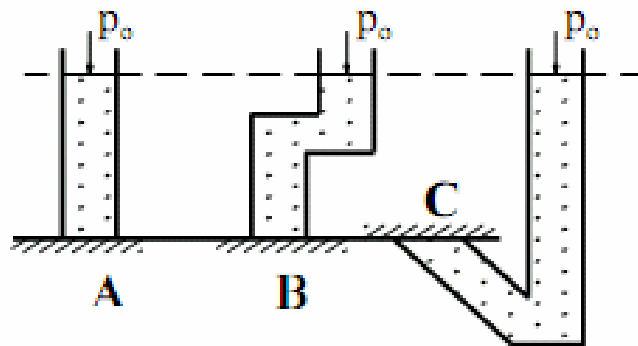
- Một đẳng áp là một có áp suất bằng nhau.
- Một đẳng áp của chất lỏng trọng lực là những mặt song song và thẳng góc với trục Oz. Nói cách khác chúng là những mặt phẳng nằm ngang

✚ Nhận xét:

- Những điểm cùng sâu thì áp suất bằng nhau ở vị trí cùng một chất lỏng
- Những điểm sâu hơn thì áp suất thu nhỏ hơn và ngược lại.

Ví dụ 1:

- Trong hình vẽ sau ba điểm A, B, C có cùng sâu h cùng áp suất mặt thoáng như nhau thu về ba hình thì có áp suất bằng nhau (trong trường hợp cùng thông với khí quyển).

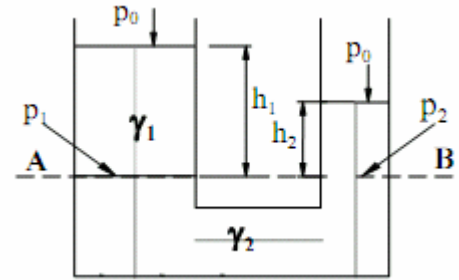


3. Sự cân bằng chất lỏng trọng lực

3.1. Nguyên lý thông nhau:

Nếu hai bình thông nhau chứa chất lỏng khác nhau có áp suất mặt thoáng bằng nhau, chiều cao của chất lỏng trong mỗi bình tính từ mặt phân chia hai chất lỏng đến mặt thoáng sẽ bằng nhau bất kể vị trí của bình và các chất lỏng là:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$



Hình 2.2 Bình thông nhau

Nhận xét: Nếu chất lỏng chứa trong bình thông nhau cùng mật độ ($\gamma_1 = \gamma_2$) thì mặt thoáng của chất lỏng hai bình cùng trên một chiều cao $h_1 = h_2$

3.2. Định luật pascal

Ví dụ: xét một bình chứa chất lỏng.

Áp suất tĩnh tại điểm A trong một bình chứa chất lỏng là:

$$p_a = p_0 + \rho h \quad (2.13)$$

Nếu ta tăng áp suất tĩnh mặt thoáng lên Δp thì áp suất tĩnh tại điểm A sẽ là:

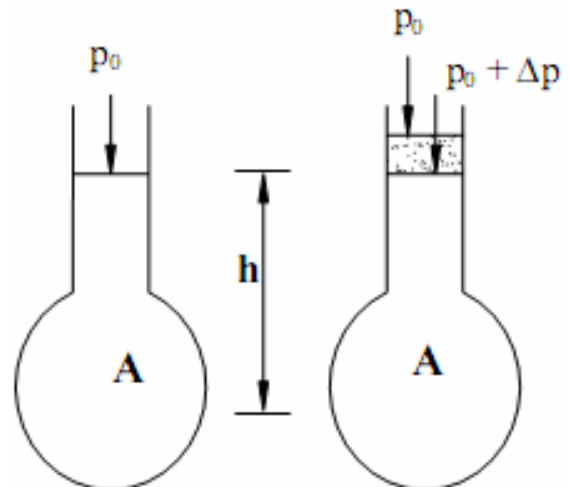
$$p_{II} = (p_0 + \Delta p) + \rho h \quad (2.14)$$

Vậy tại A áp suất tĩnh:

$$p_{II} - p_a = \Delta p$$

Phát biểu định luật pascal: “ *bất kỳ biến thiên của áp suất thủy tĩnh trên một đơn vị diện tích chất lỏng cho truyền nguyên vẹn đến mọi điểm của chất lỏng đó*”.

Trong chất lỏng không nén ép trạng thái tĩnh nếu ta tăng áp suất P_0 tại mặt thoáng lên một giá trị nào đó, thì áp suất P tại mọi vị trí khác nhau trong chất lỏng cũng tăng lên một giá trị như vậy.



Hình 2.3. Sự truyền tải tác động

Nhiệm vụ máy móc sẽ thực hiện theo định luật Pascal như: Máy ép thủy lực, máy kích, máy tích nung, các bộ phận truyền động...

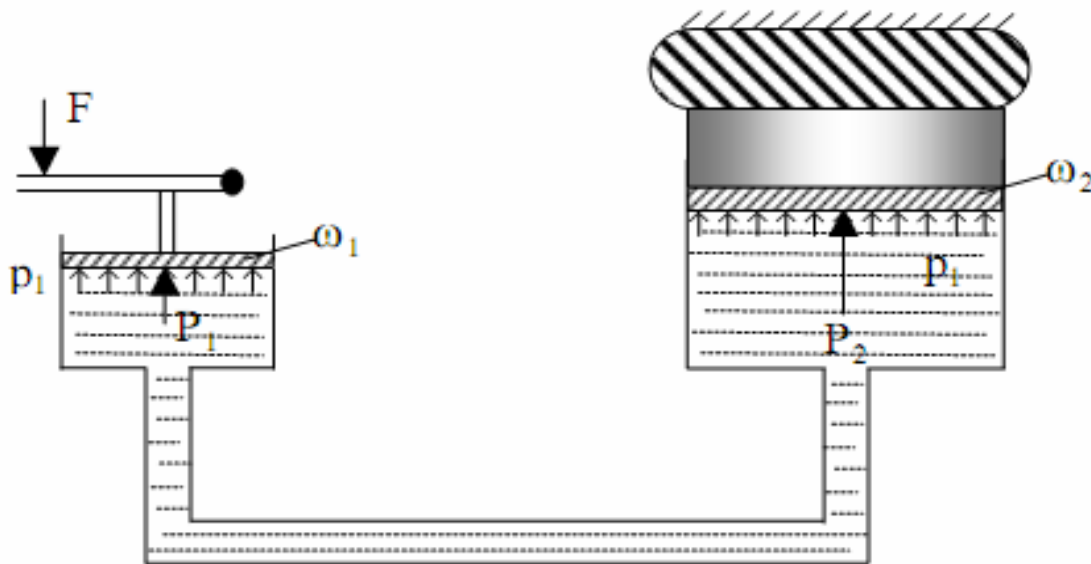
Xét một ứng dụng của máy ép thủy lực:

Máy gồm hai xy lanh có diện tích khác nhau thông với nhau, chứa cùng một chất lỏng và có pittông di chuyển. Pittông nhỏ hơn vào bên dưới, khi mặt l c F nh tác động và áp suất từ xy lanh bên dưới, thì lực tác động lên pittông nhỏ sẽ tăng lên và bằng P_1 , áp suất từ xy lanh bên dưới $p_1 = \frac{P_1}{w_1}$, trong đó w_1 là diện tích mặt cắt ngang xy lanh nhỏ.

Theo nguyên lý Pascal, áp suất p_1 này sẽ truyền đi mọi hướng trong môi chất lỏng, do đó sẽ truyền lên mặt pittông lớn w_2

Như vậy, tác động của P tác động lên pittông:

$$P_2 = p_1 w_2 = \frac{P_1}{w_1} w_2 \quad (2.15)$$



Hình 2.4. Máy ép thủy lực

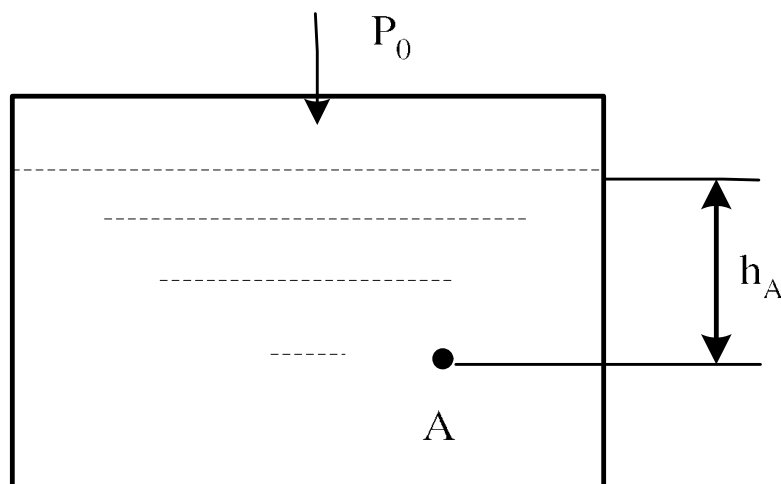
Qua (2.15) ta thấy tỷ lệ w_2/w_1 càng lớn thì lực P_2 càng lớn. Điều này có nghĩa là nếu ta di chuyển w_2 lớn hơn w_1 bao nhiêu lần thì lực P_2 cũng lớn hơn P_1 bấy nhiêu lần.

3.3. Áp lực của chất lỏng lên đáy bình và thành bình

Áp suất trên thành bình thay đổi theo chiều sâu của chất lỏng chứa trong bình và tính theo công thức: (xem hình 1.)

$$P_A = P_0 + \rho gh_A \quad (2.16)$$

Trong đó P_0 là áp suất tác động từ bên ngoài vào mặt thoáng chất lỏng.



Hình 2.5: Áp suất thủy tĩnh tại điểm A

Do đó, lực tác động lên thành và đáy bình không phụ thuộc vào hình dáng và thể tích của bình mà chỉ phụ thuộc vào chiều sâu của mặt chất lỏng trong bình và diện tích tác động.

$$G = P.F = (P_0 + \rho gH)F \quad (2.17)$$

Trong đó F là diện tích thành hoặc đáy bình chịu tác động của áp lực.

Từ công thức (2.17) ta thấy, áp lực chung của chất lỏng tác động lên thành bình có hình phân bố như sau:

- Lực do áp suất bên ngoài P_0 truyền vào chất lỏng phân bố đều trong bình và ngược lại.
- Lực do áp suất của chất lỏng hay áp suất do ρgH gây ra thì thay đổi theo chiều cao thành bình, càng sâu thì lực càng lớn.

4. Ý nghĩa hình học và năng lượng của phân bố áp suất thủy tĩnh.

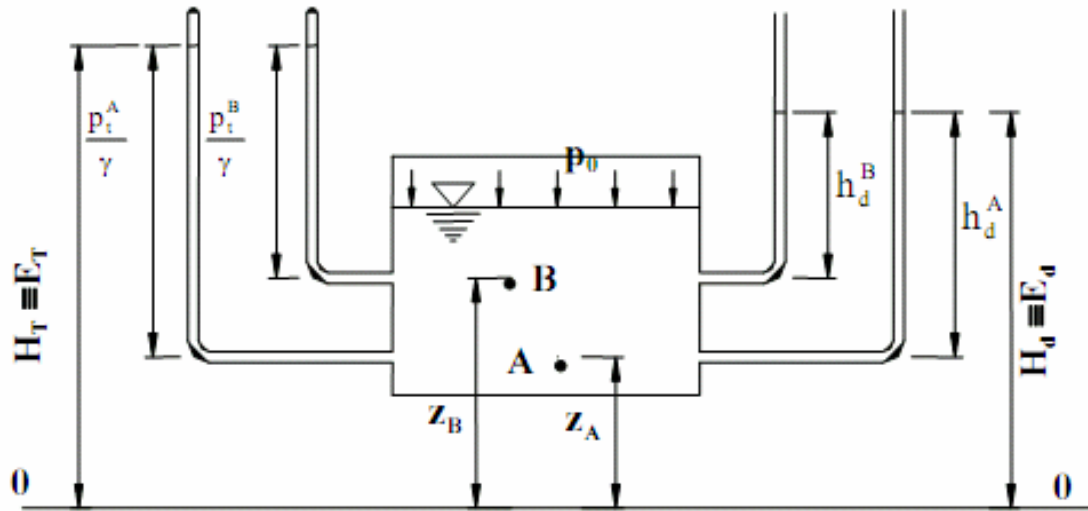
Ta có phương trình cơ bản của chất lỏng như sau:

$$z + \frac{p}{\gamma} = H = \text{const}$$

4.1. Ý nghĩa hình học:

- Z : là chiều cao hình học của điểm xét về mặt chuồn mặt ngang.
- p/γ : là cao áp suất
- H : gọi là cột nước thủy tĩnh, nó là cao áp suất tĩnh (nếu p là áp suất tĩnh) hoặc cột nước (nếu p là áp suất động).

Vậy phương trình cân bằng thủy tĩnh học có nghĩa là: Trong một môi trường chất lỏng cân bằng, các điểm thuộc cùng một đường thẳng đứng thì áp suất tại các điểm đó là như nhau.



Hình 2.6 Sơ đồ biểu diễn cân bằng thủy tĩnh

4.2. Ý nghĩa của các đại lượng (ý nghĩa vật lý):

- Z : Vị trí của điểm khảo sát.
- p : Áp suất tại điểm khảo sát.
- H : Chiều cao của cột chất lỏng cân bằng.

Vậy theo định luật cân bằng thủy tĩnh, áp suất tại các điểm thuộc cùng một đường thẳng đứng thì bằng nhau.

5. Áp suất chất lỏng trong trường trọng trường

5.1. Bình chất lỏng chuyển động tịnh tiến có gia tốc không đổi

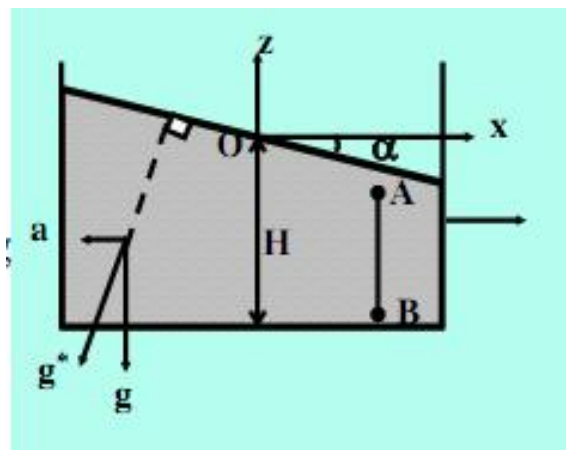
xác định quỹ đạo phân bố áp suất chúng ta cần phải không quán tính (hệ quy chiếu gắn vào bình chất lỏng).

Thành phần gia tốc theo các trục tọa độ:

Phân bố áp suất:

$$(F_x dx + F_y dy + F_z dz) - \frac{1}{\rho} dp = 0$$

Với: $F_x = -a$; $F_y = 0$; $F_z = -g$.



Hình 2.7 Chất lỏng chuyển động tịnh tiến

Suy ra:

$$(-adx - g dz) - \frac{1}{\rho} dp = 0 \Rightarrow ax + gz + \frac{p}{\rho} = C \quad (2.18)$$

Chọn hai điểm A và B theo phương thẳng đứng:

$$\begin{aligned} \frac{p_A}{\rho} + gZ_A &= \frac{p_B}{\rho} + gZ_B \\ \Rightarrow p_B &= p_A + \gamma h_{AB} \\ \rightarrow p &= p_a + \gamma h^* \end{aligned} \quad (2.19)$$

Phương trình mặt đẳng áp:

$$-adx - g dz = 0 \Rightarrow ax + gz = C \Rightarrow z = -\frac{a}{g}x + C \quad (2.20)$$

5.2. Bình quay đều ($\omega = \text{const}$)

Chuyển động quay của bình được truyền vào chất lỏng. Phần chất lỏng ở trên có vận tốc $u = r \cdot \omega$. Lực chất lỏng tác động lên phần chất lỏng có trọng lực và lực ly tâm.

Phân bố áp suất:

Trong trường hợp này ta có:

$$F_x = \omega^2 x; F_y = \omega^2 y; F_z = -g.$$

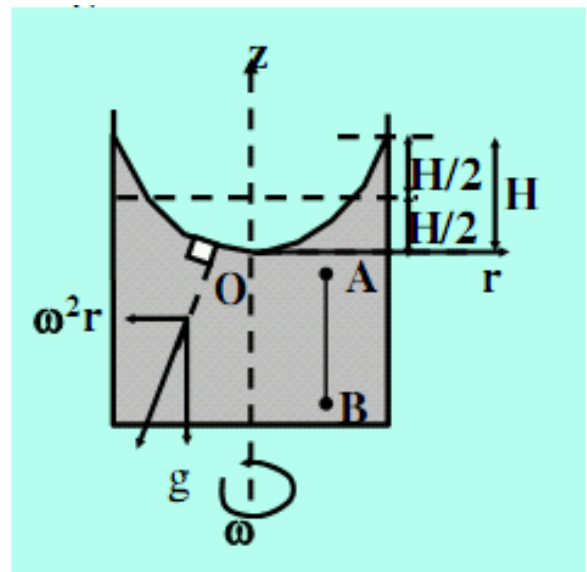
Theo phương trình vi phân cân bằng, thay các giá trị vào ta có:

$$(\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz) - \frac{1}{\rho} dp = 0$$

Suy ra:

$$z + \frac{p}{\gamma} - \frac{\omega^2 r^2}{2g} = C \quad (2.21)$$

Chọn hai điểm A và B theo phương thẳng đứng:



Hình 2.8 Bình quay đều

$$\begin{aligned}
 Z_A + \frac{p_A}{\rho} - \frac{w^2 r_A^2}{2g} &= Z_B + \frac{p_B}{\rho} - \frac{w^2 r_B^2}{2g} \\
 \Rightarrow p_B &= p_A + \gamma h_{AB} \\
 \rightarrow p &= p_a + \gamma h^*
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

Phương trình mặt áp:

$$\begin{aligned}
 w^2 x dx + w^2 y dy - g dz &= 0 \Rightarrow z - \frac{w^2 r^2}{2g} = C \\
 \Rightarrow z &= \frac{w^2 r^2}{2g} + C
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

Đây là phương trình của mặt parabolôit. Khi $C=0$ chúng ta có phương trình mặt thoáng.

Từ phương trình trên ta thấy: nếu w càng lớn thì mặt parabol càng dốc xuống, thậm chí xuống dưới đáy bình. Trong bình có trục quay thì trục tâm bình nằm ngang nên chúng ta có thể bỏ qua thành phần trọng lực. Mặt áp trong trường hợp này là mặt trục quay. Áp suất tính theo công thức sau:

$$p = p_o + \frac{1}{2} \rho \omega^2 (r_o^2 - r^2)
 \tag{2.24}$$